

# 2021 年广东省初中学业水平考试

## 数 学

本试卷共 4 页，25 小题，满分 120 分。考试用时 90 分钟。

- 注意事项：**
1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的准考证号、姓名、考场号和座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔在“考场号”和“座位号”栏相应位置填涂自己的考场号和座位号。将条形码粘贴在答题卡“条形码粘贴处”。
  2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
  3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
  4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

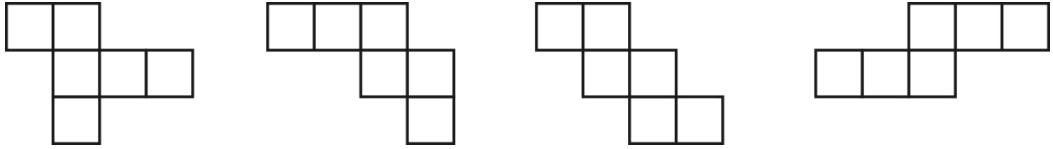
**一、选择题：**本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列实数中，最大的数是（      ）  
A.  $\pi$                       B.  $\sqrt{2}$                       C.  $|-2|$                       D. 3
2. 据国家卫生健康委员会发布，截至 2021 年 5 月 23 日，31 个省（区、市）及新疆生产建设兵团累计报告接种新冠病毒疫苗 51085.8 万剂次，将“51085.8 万”用科学记数法表示为（      ）  
A.  $0.510858 \times 10^9$                       B.  $51.0858 \times 10^7$   
C.  $5.10858 \times 10^4$                       D.  $5.10858 \times 10^8$
3. 同时掷两枚质地均匀的骰子，则两枚骰子向上的点数之和为 7 的概率是（      ）  
A.  $\frac{1}{12}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$
4. 已知  $9^m = 3$ ， $27^n = 4$ ，则  $3^{2m+3n} =$ （      ）  
A. 1                      B. 6                      C. 7                      D. 12

5. 若  $|a-\sqrt{3}|+\sqrt{9a^2-12ab+4b^2}=0$ , 则  $ab=$  ( )

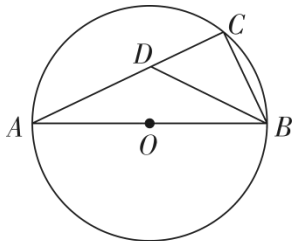
- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\frac{9}{2}$                       C.  $4\sqrt{3}$                       D. 9

6. 下列图形是正方体展开图的个数为 ( )



- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

7. 如题7图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$  为圆上一点,  $AC=3$ ,  $\angle ABC$  的平分线交  $AC$  于点  $D$ ,  $CD=1$ , 则  $\odot O$  的直径为 ( )



题7图

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C. 1                      D. 2

8. 设  $6-\sqrt{10}$  的整数部分为  $a$ , 小数部分为  $b$ , 则  $(2a+\sqrt{10})b$  的值是 ( )

- A. 6                      B.  $2\sqrt{10}$                       C. 12                      D.  $9\sqrt{10}$

9. 我国南宋时期数学家秦九韶曾提出利用三角形的三边求面积的公式, 此公式与古希腊几

何学家海伦提出的公式如出一辙, 即三角形的三边长分别为  $a, b, c$ , 记  $p=\frac{a+b+c}{2}$ ,

则其面积  $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ . 这个公式也被称为海伦-秦九韶公式. 若  $p=5$ ,

$c=4$ , 则此三角形面积的最大值为 ( )

- A.  $\sqrt{5}$                       B. 4                      C.  $2\sqrt{5}$                       D. 5

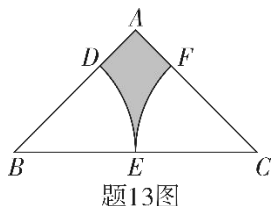
10. 设  $O$  为坐标原点, 点  $A$ 、 $B$  为抛物线  $y=x^2$  上的两个动点, 且  $OA \perp OB$ . 连接点  $A$ 、 $B$ , 过  $O$  作  $OC \perp AB$  于点  $C$ , 则点  $C$  到  $y$  轴距离的最大值 ( )
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D. 1

二、填空题: 本大题 7 小题, 每小题 4 分, 共 28 分.

11. 二元一次方程组  $\begin{cases} x+2y=-2 \\ 2x+y=2 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_.

12. 把抛物线  $y=2x^2+1$  向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 3 个单位长度, 得到的抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.

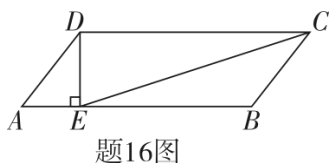
13. 如题 13 图, 等腰直角三角形  $ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ ,  $BC=4$ . 分别以点  $B$ 、点  $C$  为圆心, 线段  $BC$  长的一半为半径作圆弧, 交  $AB$ 、 $BC$ 、 $AC$  于点  $D$ 、 $E$ 、 $F$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



14. 若一元二次方程  $x^2+bx+c=0$  ( $b, c$  为常数) 的两根  $x_1, x_2$  满足  $-3 < x_1 < -1, 1 < x_2 < 3$ , 则符合条件的一个方程为\_\_\_\_\_.

15. 若  $x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6}$  且  $0 < x < 1$ , 则  $x^2 - \frac{1}{x^2} =$ \_\_\_\_\_.

16. 如题 16 图, 在  $\square ABCD$  中,  $AD=5, AB=12, \sin A = \frac{4}{5}$ . 过点  $D$  作  $DE \perp AB$ , 垂足为  $E$ , 则  $\sin \angle BCE =$ \_\_\_\_\_.

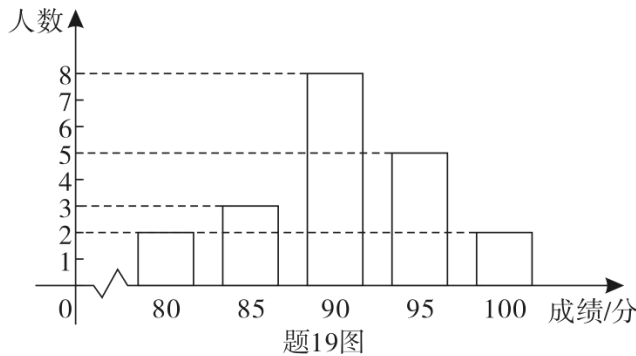


17. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=90^\circ, AB=2, BC=3$ . 点  $D$  为平面上一个动点,  $\angle ADB=45^\circ$ , 则线段  $CD$  长度的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题（一）：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.

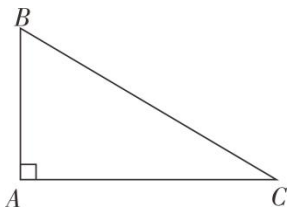
18. 解不等式组 
$$\begin{cases} 2x-4 > 3(x-2) \\ 4x > \frac{x-7}{2} \end{cases} .$$

19. 某中学九年级举办中华优秀传统文化知识竞赛. 用简单随机抽样的方法, 从该年级全体 600 名学生中抽取 20 名, 其竞赛成绩如题 19 图:



- (1) 求这 20 名学生成绩的众数, 中位数和平均数;
- (2) 若规定成绩大于或等于 90 分为优秀等级, 试估计该年级获优秀等级的学生人数.

20. 如题 20 图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ , 作  $BC$  的垂直平分线交  $AC$  于点  $D$ , 延长  $AC$  至点  $E$ , 使  $CE = AB$ .



题20图

- (1) 若  $AE = 1$ , 求  $\triangle ABD$  的周长;
- (2) 若  $AD = \frac{1}{3}BD$ , 求  $\tan \angle ABC$  的值.

四、解答题（二）：本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分.

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = kx + b (k > 0)$  的图象与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于

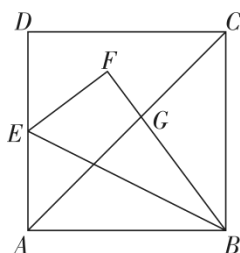
$A$ 、 $B$  两点, 且与反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  图象的一个交点为  $P(1, m)$ .

- (1) 求  $m$  的值;
- (2) 若  $PA = 2AB$ , 求  $k$  的值.

22. 端午节是我国入选世界非物质文化遗产的传统节日，端午节吃粽子是中华民族的传统习俗。市场上豆沙粽的进价比猪肉粽的进价每盒便宜10元，某商家用8000元购进的猪肉粽和用6000元购进的豆沙粽盒数相同。在销售中，该商家发现猪肉粽每盒售价50元时，每天可售出100盒；每盒售价提高1元时，每天少售出2盒。

- (1) 求猪肉粽和豆沙粽每盒的进价；
- (2) 设猪肉粽每盒售价  $x$  元 ( $50 < x < 65$ )， $y$  表示该商家每天销售猪肉粽的利润 (单位：元)，求  $y$  关于  $x$  的函数解析式并求最大利润。

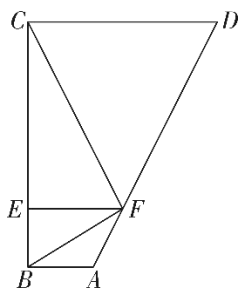
23. 如题23图，边长为1的正方形  $ABCD$  中，点  $E$  为  $AD$  的中点。连接  $BE$ ，将  $\triangle ABE$  沿  $BE$  折叠得到  $\triangle FBE$ ， $BF$  交  $AC$  于点  $G$ ，求  $CG$  的长。



题23图

五、解答题 (三)：本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分。

24. 如题 24 图，在四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ， $AB \neq CD$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点  $E$ 、 $F$  分别在线段  $BC$ 、 $AD$  上，且  $EF \parallel CD$ ， $AB = AF$ ， $CD = DE$ 。



题24图

- (1) 求证： $CF \perp FB$ ；
- (2) 求证：以  $AD$  为直径的圆与  $BC$  相切；
- (3) 若  $EF = 2$ ， $\angle DFE = 120^\circ$ ，求  $\triangle ADE$  的面积。

25. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象过点  $(-1, 0)$ ，且对任意实数  $x$ ，都有

$$4x - 12 \leq ax^2 + bx + c \leq 2x^2 - 8x + 6.$$

- (1) 求该二次函数的解析式；
- (2) 若 (1) 中二次函数图象与  $x$  轴的正半轴交点为  $A$ ，与  $y$  轴交点为  $C$ ；点  $M$  是 (1) 中二次函数图象上的动点。问在  $x$  轴上是否存在点  $N$ ，使得以  $A$ 、 $C$ 、 $M$ 、 $N$  为顶点的四边形是平行四边形。若存在，求出所有满足条件的点  $N$  的坐标；若不存在，请说明理由。