

# 资料目录

第一部分：集合与常用逻辑用语.....	3
第二部分：函数与导数及其应用.....	4
第三部分：三角函数、三角恒等变换与解三角形.....	8
第四部分：平面向量、数列与不等式.....	11
第五部分：立体几何与解析几何.....	15
第六部分：统计与概率.....	25
第七部分：复数与计数原理.....	26

## 第一部分：集合与常用逻辑用语

### 1. 子集个数：

含  $n$  个元素的集合有 \_\_\_\_\_ 个子集，有 \_\_\_\_\_ 个真子集，有 \_\_\_\_\_ 个非空子集，有 \_\_\_\_\_ 个非空真子集。

### 2. 常见数集：

自然数集： \_\_\_\_\_，正整数集： \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_，整数集： \_\_\_\_\_，有理数集： \_\_\_\_\_，实数集： \_\_\_\_\_。

### 3. 空集：

$\emptyset$  是任何集合的 \_\_\_\_\_，是任何非空集合的 \_\_\_\_\_。

### 4. 元素特点：

\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、确定性。

### 5. 集合的运算：

\_\_\_\_\_ 集运算、\_\_\_\_\_ 集运算、\_\_\_\_\_ 集运算。

### 6. 充要条件的判断：

$p \Rightarrow q$ ， $p$  是  $q$  的 \_\_\_\_\_ 条件；

$p \Rightarrow q$ ， $q$  是  $p$  的 \_\_\_\_\_ 条件；

$p \Leftrightarrow q$ ， $p, q$  互为 \_\_\_\_\_ 条件；

若命题  $p$  对应集合  $A$ ，命题  $q$  对应集合  $B$ ，则  $p \Rightarrow q$  等价于 \_\_\_\_\_， $q \Rightarrow p$  等价于 \_\_\_\_\_， $p \Leftrightarrow q$  等价于 \_\_\_\_\_；

**注意区分：**“甲是乙的充分条件(甲  $\Rightarrow$  乙)”与“甲的充分条件是乙(乙  $\Rightarrow$  甲)”。

### 7. 全称量词与存在量词：

(1) 全称量词-----“所有的”、“任意一个”等，用  $\forall$  表示；

全称命题  $p: \forall x \in M, p(x)$ ；全称命题  $p$  的否定  $\neg p: \underline{\hspace{4cm}}$ ；

(2) 存在量词-----“存在一个”、“至少有一个”等，用  $\exists$  表示；

特称命题  $p: \exists x \in M, p(x)$ ；特称命题  $p$  的否定  $\neg p: \underline{\hspace{4cm}}$ 。

## 第二部分：函数与导数及其应用

### 1. 函数的定义域：

分母\_\_\_\_\_0；

偶次被开方数\_\_\_\_\_0；

0次幂的底数\_\_\_\_\_0；

对数函数的真数\_\_\_\_\_0；

### 2. 分段函数：

值域(最值)、单调性、图象等问题，先分段解决，再下结论；

分段函数是一个函数，其定义域是各段定义域的\_\_\_\_\_；值域是各段值域的\_\_\_\_\_。

### 3. 函数的单调性：

设  $x_1, x_2 \in [a, b]$ ，且  $x_1 \neq x_2$ ，那么：

$$(1) (x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0 \Leftrightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0 \Leftrightarrow f(x) \text{ 在 } [a, b] \text{ 上是_____函数；}$$

$$(2) (x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0 \Leftrightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0 \Leftrightarrow f(x) \text{ 在 } [a, b] \text{ 上是_____函数；}$$

(3) 如果  $f'(x) > 0$ ，则  $f(x)$  为\_\_\_\_\_函数；如果  $f'(x) < 0$ ，则  $f(x)$  为\_\_\_\_\_函数；

(4) 复合函数的单调性：根据“同\_\_\_\_\_异\_\_\_\_\_”来判断原函数在其定义域内的单调性。

### 4. 函数的奇偶性：

(1) 函数的定义域关于\_\_\_\_\_对称是函数具有奇偶性的**前提条件**；

(2)  $f(x)$  是\_\_\_\_\_函数  $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$ ； $f(x)$  是\_\_\_\_\_函数  $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$ ；

(3) 奇函数  $f(x)$  在 0 处有定义，则\_\_\_\_\_；

(4) 在关于原点对称的单调区间内：奇函数有\_\_\_\_\_的单调性，偶函数有\_\_\_\_\_的单调性；

(5) 偶函数图象关于\_\_\_\_\_轴对称，奇函数图象关于\_\_\_\_\_中心对称。

### 5. 函数的周期性：

周期有关的结论：(约定  $a > 0$ )

(1)  $f(x) = f(x+a)$ ，则  $f(x)$  的周期  $T = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2)  $f(x+a) = -f(x)$ ，或  $f(x+a) = \frac{1}{f(x)}$  ( $f(x) \neq 0$ )，或  $f(x+a) = -\frac{1}{f(x)}$  ( $f(x) \neq 0$ )，则  $f(x)$

的周期  $T=$ \_\_\_\_\_;

(3)  $f(x+a) = f(x-a)$  或  $f(x-2a) = f(x)$ , 则  $f(x)$  的周期为\_\_\_\_\_;

(4)  $f(x+m) = f(x+n)$ , 则  $f(x)$  的周期为\_\_\_\_\_.

### 6. 函数的对称性:

①  $y = f(x)$  的图象关于直线\_\_\_\_\_对称  $\Leftrightarrow f(a+x) = f(a-x) \Leftrightarrow f(2a-x) = f(x)$ ;

②  $y = f(x)$  的图象关于直线\_\_\_\_\_对称  $\Leftrightarrow f(a+x) = f(b-x) \Leftrightarrow f(a+b-x) = f(x)$ ;

③  $y = f(x)$  的图象关于点\_\_\_\_\_对称  $\Leftrightarrow f(a+x) = -f(b-x)$ ;

④  $y = f(x)$  的图象关于点\_\_\_\_\_对称  $\Leftrightarrow f(a+x) = 2c - f(b-x)$ .

口诀: 和为定值为对称, 差为定值为周期.

### 7. 分数指数幂与根式的性质:

(1)  $a^{\frac{m}{n}} =$ \_\_\_\_\_ ( $a > 0, m, n \in \mathbf{N}^*,$  且  $n > 1$ );

(2)  $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$  ( $a > 0, m, n \in \mathbf{N}^*,$  且  $n > 1$ );

(3)  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ;

(4) 当  $n$  为奇数时,  $\sqrt[n]{a^n} = a$ ; 当  $n$  为偶数时,  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ .

### 8. 指数性质:

(1)  $a^{-m} =$ \_\_\_\_\_;

(2)  $a^0 =$ \_\_\_\_\_ ( $a \neq 0$ );

(3)  $(a^m)^n =$ \_\_\_\_\_;

(4)  $a^r \cdot a^s =$ \_\_\_\_\_;

(5)  $\frac{a^r}{a^s} =$ \_\_\_\_\_.

### 9. 对数运算规律:

(1) 对数式与指数式的互化:  $\log_a N = b \Leftrightarrow$ \_\_\_\_\_ ( $a > 0, a \neq 1, N > 0$ );

(2) 对数恒等式:  $\log_a 1 =$ \_\_\_\_\_,  $\log_a a =$ \_\_\_\_\_,  $\log_a a^b =$ \_\_\_\_\_.  $\lg 2 + \lg 5 =$ \_\_\_\_\_,  $\ln e =$ \_\_\_\_\_;

(3) 对数的运算性质:

① 加法:  $\log_a M + \log_a N =$ \_\_\_\_\_;

② 减法: \_\_\_\_\_ =  $\log_a \frac{M}{N}$ ;

③ 数乘: \_\_\_\_\_ =  $\log_a M^n$  ( $n \in \mathbf{R}$ );

④ 恒等式:  $a^{\log_a N} =$ \_\_\_\_\_;

⑤  $\log_{a^m} b^n = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

⑥ 换底公式:  $\log_a N = \frac{\log_m N}{\log_m a}$ .

10. 指对函数图象与性质:

指数函数 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$		对数函数 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ (当 $a = e$ 时, $y = \underline{\hspace{1cm}}$ ; 当 $a = 10$ 时, $y = \underline{\hspace{1cm}}$ )	
$a > 1$ 时的图象	$0 < a < 1$ 时的图象	$a > 1$ 时的图象	$0 < a < 1$ 时的图象
图象恒过点 $\underline{\hspace{1cm}}$ , 且不与 $\underline{\hspace{1cm}}$ 轴相交.		图象恒过点 $\underline{\hspace{1cm}}$ , 且不与 $\underline{\hspace{1cm}}$ 轴相交.	

11. 幂函数的图象与性质:

解析式	$y = x$	$y = x^2$	$y = x^3$	$y = x^{-1}$	$y = x^{\frac{1}{2}}$
图象					
定义域					
值域					
奇偶性					
单调性					

12. 反函数

函数  $y = a^x$  的反函数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ; 函数  $y = \log_a x$  的反函数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 二次函数:

二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象的对称轴方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 顶点坐标是  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 判别式  $\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$ , 当  $\Delta > 0$  时, 图象与  $x$  轴有  $\underline{\hspace{1cm}}$  个交点;  $\Delta = 0$  时, 图象与  $x$  轴有  $\underline{\hspace{1cm}}$  个交点;  $\Delta < 0$  时, 图象与  $x$  轴没有交点.

14. 韦达定理:

若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两个根, 则  $x_1 + x_2 = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $x_1 x_2 = \underline{\hspace{1cm}}$ .

15. 零点存在定理:

如果函数  $y = f(x)$  在区间  $[a, b]$  上的图象是一条\_\_\_\_\_的曲线, 且有\_\_\_\_\_, 则

$y = f(x)$  在  $(a, b)$  内至少有一个零点

16. 常见函数的导数公式:

①  $(C)' = \underline{\hspace{2cm}}$ ; ( $C$  为常数)

②  $(x^n)' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

③  $(\sin x)' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

④  $(\cos x)' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

⑤  $(e^x)' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

⑥  $(a^x)' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

⑦  $(\ln x)' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

⑧  $(\log x)' = \underline{\hspace{2cm}}$ .

17. 导数的运算法则及复合函数求导法则

(1)  $[f(x) \pm g(x)]' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2)  $[f(x) \cdot g(x)]' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3)  $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(4)  $[\sin(2x)]' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(5)  $[\ln(2x)]' = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(6)  $[e^{2x}]' = \underline{\hspace{2cm}}$ .

18. 函数的导数及其应用

(1) 函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处的导数的几何意义

函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处的导数是曲线  $y = f(x)$  在点  $P(x_0, f(x_0))$  处的切线的斜率

$f'(x_0)$ , 相应的切线方程式是\_\_\_\_\_;

(2) 用导数判别单调性、极值

① 设函数  $y = f(x)$  在某个区间内可导, 若  $f'(x) > 0$ , 则  $f(x)$  为\_\_\_\_\_函数; 若  $f'(x) < 0$ ,

则  $f(x)$  为\_\_\_\_\_函数;

② 求函数的极值的方法: 解方程  $f'(x) = 0$ , 当  $f'(x_0) = 0$  时,

➤ 如果在  $x_0$  附近的左侧  $f'(x) > 0$ , 右侧  $f'(x) < 0$ , 那么  $f(x_0)$  是极\_\_\_\_\_值;

➤ 如果在  $x_0$  附近的左侧  $f'(x) < 0$ , 右侧  $f'(x) > 0$ , 那么  $f(x_0)$  是极\_\_\_\_\_值.

### 第三部分：三角函数、三角恒等变换与解三角形

#### 1. 角度制与弧度制互化：

$$360^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{rad}, 180^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{rad}, 1 \text{rad} \approx \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

#### 2. 扇形的弧长面积公式：

若扇形的圆心角为  $\alpha$  ( $\alpha$  为弧度制)，半径为  $r$ ，弧长为  $l$ ，周长为  $C$ ，面积为  $S$ ，则

$$l = \underline{\hspace{2cm}}; C = \underline{\hspace{2cm}}; S = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

#### 3. 三角函数定义式：

角  $\alpha$  终边上任一点(非原点)  $P(x, y)$ ，则

$$\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}; \cos \alpha = \underline{\hspace{2cm}}; \tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}.$$

#### 4. 同角三角函数的基本关系：

(1)平方关系：  $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2)商数关系：  $\tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ ；

(3)其它：

①  $\sin x + \cos x$  与  $\sin x \cdot \cos x$  的关系是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

②  $\sin x - \cos x$  与  $\sin x \cdot \cos x$  的关系是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

③ 若  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ，则  $\sin x + \cos x > 1$ ；若  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，则  $\sin x + \cos x < 1$ ；

④  $|\sin x| + |\cos x| \geq 1$ .

#### 5. 三角函数的诱导公式：

口诀：  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(1)  $\sin(2k\pi + \alpha) = \sin \alpha$ ，  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\underline{\hspace{2cm}}$ . ( $k \in \mathbf{Z}$ )

(2)  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$ .

(3)  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ .

(4)  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，  $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ .

(5)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ ，  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(6) \_\_\_\_\_,  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$ .

6. 特殊角的三角函数值:

度数	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°
弧度数										
正弦值										
余弦值										
正切值										

7. 三角函数的图象与性质:

	正弦函数 $y = \sin x$	余弦函数 $y = \cos x$	正切函数 $y = \tan x$
图象			
定义域			
值域			
奇偶性			
单调性	在_____上是增函数; 在_____上是减函数.	在_____上是增函数; 在_____上是减函数.	在_____上是增函数; 无单调递减区间.
最值	当_____时取得最大值____; 当_____时取得最小值____.	当_____时取得最大值____; 当_____时取得最小值____.	无最值.
周期			
对称性	对称轴方程: _____; 对称中心: _____;	对称轴方程: _____; 对称中心: _____;	无对称轴; 对称中心: _____;

8. 几个常见三角函数的周期:

①  $y = |\sin x|$  与  $y = |\cos x|$  的最小正周期为\_\_\_\_\_;

②  $y = \sin(\omega x + \varphi)$  或  $y = \cos(\omega x + \varphi)$  ( $\omega \neq 0$ ) 的最小正周期为\_\_\_\_\_;

③  $y = \cos|x|$  的最小正周期为\_\_\_\_\_.

9. 两角和与差的正弦、余弦和正切公式:

(1)  $\cos(\alpha - \beta) =$  \_\_\_\_\_; (2)  $\cos(\alpha + \beta) =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $\sin(\alpha - \beta) =$  \_\_\_\_\_; (4)  $\sin(\alpha + \beta) =$  \_\_\_\_\_;

(5)  $\tan(\alpha - \beta) =$  \_\_\_\_\_; (6)  $\tan(\alpha + \beta) =$  \_\_\_\_\_.

**10. 二倍角的正弦、余弦和正切公式:**

$\sin 2\alpha =$  \_\_\_\_\_;

$\cos 2\alpha =$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_;

$\tan 2\alpha =$  \_\_\_\_\_.

$\Rightarrow$  降次公式:  $\cos^2 \alpha =$  \_\_\_\_\_,  $\sin^2 \alpha =$  \_\_\_\_\_,  $\sin \alpha \cos \alpha =$  \_\_\_\_\_.

**11. 辅助角公式:**

$a \sin \alpha + b \cos \alpha =$  \_\_\_\_\_.

(其中辅助角  $\varphi$  所在象限由点  $(a, b)$  所在的象限决定,  $\tan \varphi = \frac{b}{a}$ ).

**12. 正弦定理:**

\_\_\_\_\_. ( $R$  是  $\triangle ABC$  外接圆半径)

正弦定理的三个推论

①  $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$  ;

②  $a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$  ;

③  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C}$

**13. 余弦定理:**

\_\_\_\_\_  $\Leftrightarrow \cos A =$  \_\_\_\_\_.(变式)

(以  $A$  角和其对边来表示)

**14. 三角形面积公式:**

$S_{\triangle ABC} =$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_. (用边与角的正弦值来表示)

三角形面积导出公式:  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r$  ( $r$  为  $\triangle ABC$  内切圆半径);

$S_{\triangle ABC} = 2R^2 \sin A \sin B \sin C = \frac{abc}{4R}$  ( $R$  为  $\triangle ABC$  外接圆半径).

**15. 三角形内切圆半径:**

$r =$  \_\_\_\_\_.(用边长和面积表示)

## 第四部分：平面向量、数列与不等式

### 1. 平面向量的基本运算：

设  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , 则  $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} =$ \_\_\_\_\_.

设  $\mathbf{a} = (x_1, y_1)$ ,  $\mathbf{b} = (x_2, y_2)$ ; ( $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ )

$\mathbf{a} + \mathbf{b} =$ \_\_\_\_\_;  $\mathbf{a} - \mathbf{b} =$ \_\_\_\_\_;  $\lambda \mathbf{a} =$ \_\_\_\_\_;  $|\mathbf{a}| =$ \_\_\_\_\_.

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ \_\_\_\_\_ (定义公式) = \_\_\_\_\_ (坐标公式).

$\mathbf{a}$  在  $\mathbf{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_ (定义公式) = \_\_\_\_\_ (坐标公式).

$\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_ (一般表示)  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_ (坐标表示).

$\mathbf{a} // \mathbf{b} \Leftrightarrow$  存在  $\lambda$  使得 \_\_\_\_\_ (一般表示)  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_ (坐标表示).

夹角公式:  $\cos \theta =$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ (坐标公式).

### 2. 三角形重心坐标公式：

设  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ , 其中  $A, B, C$  三点不共线, 若  $G$  为  $\triangle ABC$  的重心,

则 \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ =  $\mathbf{0}$ ; 且  $G$  点坐标为 (\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_).

### 3. 三点共线的充要条件：

$P, A, B$  三点共线  $\Leftrightarrow \overline{OP} = x\overline{OA} + (1-x)\overline{OB}$ .

### 4. 三角形的四心

重心：三角形三边 \_\_\_\_\_ 的交点.

外心：三角形三边 \_\_\_\_\_ 的交点.

内心：三角形三内角 \_\_\_\_\_ 的交点.

垂心：三角形三边 \_\_\_\_\_ 的交点.

### 5. 数列 $\{a_n\}$ 中 $a_n$ 与 $S_n$ 的关系：

$a_n =$  \_\_\_\_\_ . (注：该公式对任意数列都适用)

### 6. 等差数列与等比数列对比:

	等差数列	等比数列
公式	$a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 推广: $a_n = a_m + (n-m)d (m, n \in \mathbf{N}^*)$ . $S_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .	$a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 推广: $a_n = a_m \cdot q^{n-m} (m, n \in \mathbf{N}^*)$ . $S_n = \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}}, & q = 1 \\ \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, & q \neq 1 \end{cases}$ .
性质	(1)若 $m+n=p+q$ , 则 $\underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)若 $A$ 是 $a, b$ 的等差中项, 则 $\underline{\hspace{2cm}} \Leftrightarrow a, A, b$ 成等差数列; (3)若 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 为等差数列, 则 $\{a_n \pm b_n\}$ 也为等差数列; (4)若 $\{a_n\}$ 为等差数列, $S_n$ 为其前 $n$ 项和, 则 $S_m, S_{2m} - S_m, S_{3m} - S_{2m}$ 也成等差数列.	(1)若 $m+n=p+q$ , 则 $\underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)若 $G$ 是 $a, b$ 的等比中项, 则 $\underline{\hspace{2cm}} \Leftrightarrow a, G, b$ 成等比数列; (3)若 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 为等比数列, 则 $\{a_n \cdot b_n\}, \left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 也为等比数列; (4)若 $\{a_n\}$ 为等比数列, $S_n$ 为其前 $n$ 项和, 则 $S_m, S_{2m} - S_m, S_{3m} - S_{2m}$ 也成等比数列.

### 7. 常见数列的和:

①  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

②  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

③  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ;

④  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ .

### 8. 常见的裂项方法:

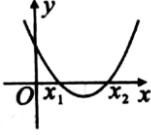
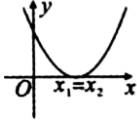
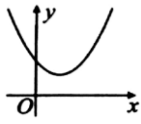
①  $\frac{1}{n(n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

②  $\frac{1}{n(n+2)} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

③  $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

④  $\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

9. 一元二次不等式:

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图象			
方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ 的根			
一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$ 的解集			
一元二次不等式 $ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$ 的解集			

10. 均值不等式:

如果  $a > 0, b > 0$ , 则 \_\_\_\_\_, 当且仅当 \_\_\_\_\_ 时, 等号成立, 即正数  $a$  与  $b$  的算术平均数不小于它们的几何平均数.

11. 重要不等式:

$a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}$ , 则  $a^2 + b^2 \geq$  \_\_\_\_\_, 当且仅当 \_\_\_\_\_ 时, 等号成立.

12. 利用基本不等式求最值

已知  $x, y$  都是正数, 则有:

(1) 如果积  $xy$  是定值  $p$ , 那么当 \_\_\_\_\_ 时和  $x + y$  有最小值 \_\_\_\_\_ (简记: 积定和最小);

(2) 如果和  $x + y$  是定值  $s$ , 那么当 \_\_\_\_\_ 时积  $xy$  有最大值 \_\_\_\_\_ (简记: 和定积最大).

13. 几个常见重要结论:

①  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$  ( $a$  与  $b$  同号, 当且仅当  $a = b$  时取等号);

②  $a + \frac{1}{a} \geq 2$  ( $a > 0$ , 当且仅当  $a = 1$  时取等号),  $a + \frac{1}{a} \leq -2$  ( $a < 0$ , 当且仅当  $a = -1$  时取等号);

③  $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ , 当且仅当  $a = b$  时取等号);

④  $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$  ( $a, b > 0$ , 当且仅当  $a = b$  时取等号).

14. 柯西不等式:

若  $a, b, c, d$  都是实数, 则  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq$  \_\_\_\_\_, 当且仅当 \_\_\_\_\_ 时, 等号成立.

15. 绝对值不等式的解法:

不等式	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
$ x  < a$			
$ x  > a$			

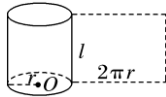
## 第五部分：立体几何与解析几何

### 1. 三视图与直观图：

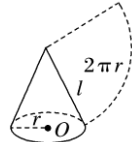
原图形与直观图面积之比为\_\_\_\_\_.

### 2. 常见几何体表面积公式：

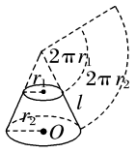
圆柱的表面积  $S =$  \_\_\_\_\_



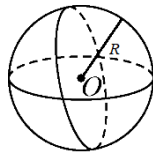
圆锥的表面积  $S =$  \_\_\_\_\_



圆台的表面积  $S =$  \_\_\_\_\_



球的表面积  $S =$  \_\_\_\_\_



### 3. 常见几何体体积公式：

柱体的体积  $V =$  \_\_\_\_\_

锥体的体积  $V =$  \_\_\_\_\_

台体的体积  $V =$  \_\_\_\_\_

球体的体积  $V =$  \_\_\_\_\_

### 4. 常见空间几何体的有关结论：

(1)棱锥的平行截面的性质：如果棱锥被平行于底面的平面所截，那么所得的截面与底面\_\_\_\_\_，截面面积与底面面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的\_\_\_\_\_；相应小棱锥与小棱锥的侧面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的\_\_\_\_\_.

(2)长方体从一个顶点出发的三条棱长分别为  $a, b, c$ ，则体对角线为\_\_\_\_\_，表面积为\_\_\_\_\_，体积  $V =$ \_\_\_\_\_.

(3)正方体的棱长为  $a$ ，则体对角线长为\_\_\_\_\_，表面积为\_\_\_\_\_，体积  $V =$ \_\_\_\_\_.

(4)球与长方体的组合体：长方体的外接球的直径=长方体的\_\_\_\_\_长.

球与正方体的组合体：正方体的内切球的直径=正方体的\_\_\_\_\_，正方体的棱切球的直径=正方体的\_\_\_\_\_长，正方体的外接球的直径=正方体的体\_\_\_\_\_长.

(5)正四面体的性质：设棱长为  $a$ ，则正四面体的：

①高：\_\_\_\_\_；②对棱间距离：\_\_\_\_\_；③内切球半径：\_\_\_\_\_；④外接球半径：\_\_\_\_\_.

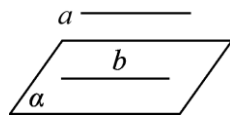
5. 立体几何常用的八个定理:

(1) 直线与平面平行的判定定理

自然语言: \_\_\_\_\_ 与此平面内的一条直线平行, 则该直线与此平面平行.

简称: 线线平行, 则线面平行.

图形语言: 如图所示.



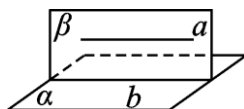
符号语言: \_\_\_\_\_.

(2) 直线与平面平行的性质定理

自然语言: 一条直线与一个平面平行, 则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行.

简称: 线面平行, 则线线平行.

图形语言: 如图所示.



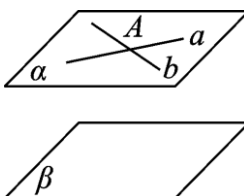
符号语言: \_\_\_\_\_.

(3) 平面与平面平行的判定定理

自然语言: 一个平面内的 \_\_\_\_\_ 与另一个平面平行, 则这两个平面平行.

简称: 线面平行, 则面面平行.

图形语言: 如图所示.



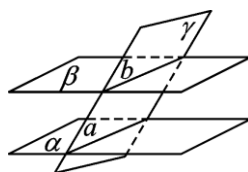
符号语言: \_\_\_\_\_.

(4) 平面与平面平行的性质定理

自然语言: 如果两个平行平面同时和第三个平面相交, 那么它们的交线平行.

简称: 面面平行, 则线线平行.

图形语言: 如图所示.

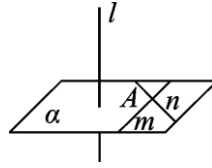


符号语言: \_\_\_\_\_.

(5) 直线与平面垂直的判定定理

自然语言：一条直线与一个平面内的\_\_\_\_\_都垂直，则该直线与此平面垂直.

图形语言：如图所示.

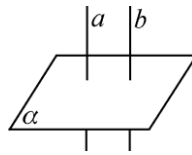


符号语言：\_\_\_\_\_.

(6) 直线与平面垂直的性质定理

自然语言：垂直于同一个平面的两条直线平行.

图形语言：如图所示.

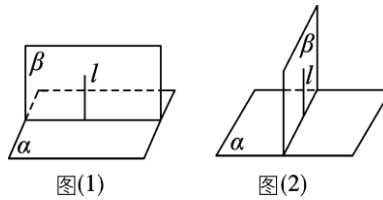


符号语言：\_\_\_\_\_.

(7) 平面与平面垂直的判定

自然语言：一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直.

图形语言：如图所示.



图(1)

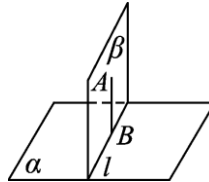
图(2)

符号语言：\_\_\_\_\_.

(8) 平面与平面垂直的性质

自然语言：两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直.

图形语言：如下图所示.



符号语言：\_\_\_\_\_.

6. 空间向量中的夹角和距离公式:

(1) 空间中两点  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$  的距离  $d =$ \_\_\_\_\_.

(2) 异面直线夹角:  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ , 且  $\cos \theta =$ \_\_\_\_\_ (两直线方向向量为  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ).

(3)线面角:  $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , 且  $\sin \theta =$  \_\_\_\_\_ ( $l, n$  为直线的方向向量与平面的法向量).

(4)二面角:  $\theta \in [0, \pi]$ , 且  $|\cos \theta| =$  \_\_\_\_\_ (两平面的法向量分别为  $n_1$  和  $n_2$ ).

(5)点到面的距离: 平面  $\alpha$  的法向量为  $n$ , 平面  $\alpha$  内任一点为  $N$ , 点  $M$  到平面  $\alpha$  的距离  $d =$  \_\_\_\_\_.

## 7. 直线与方程:

(1)直线的斜率:  $k =$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_.

( $\alpha$  为直线的倾斜角,  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  ( $x_1 \neq x_2$ ) 为直线上的两点).

(2)直线的五种方程:

①斜截式: \_\_\_\_\_ ( $b$  为直线  $l$  在  $y$  轴上的截距);

②点斜式: \_\_\_\_\_ (直线过  $l$  点  $P(x_0, y_0)$ , 且斜率为  $k$ );

③两点式: \_\_\_\_\_ ( $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$ );

④截距式: \_\_\_\_\_ ( $a, b$  分别为直线  $l$  的横、纵截距,  $ab \neq 0$ );

⑤一般式: \_\_\_\_\_ (其中  $A, B$  不同时为 0).

(3)两条直线的平行与垂直

➤ 直线  $l_1: y = k_1x + b_1, l_2: y = k_2x + b_2$ ;

①若  $l_1$  与  $l_2$  平行  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_ 且 \_\_\_\_\_; ②若  $l_1$  与  $l_2$  垂直  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_.

➤ 直线  $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0, l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$ ;

①若  $l_1$  与  $l_2$  平行  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_ 且 \_\_\_\_\_; ②若  $l_1$  与  $l_2$  垂直  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_.

(4)距离计算

①点到点的距离公式: \_\_\_\_\_ (两点为  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ).

②点到直线的距离公式: \_\_\_\_\_ (点  $P(x_0, y_0)$ , 直线  $l: Ax + By + C = 0$ ).

③平行直线间距离公式: \_\_\_\_\_ (直线  $l_1: Ax + By + C_1 = 0$  和直线  $l_2: Ax + By + C_2 = 0$ ).

### 8. 圆与方程:

(1)圆的一般方程: \_\_\_\_\_, 圆心为\_\_\_\_\_, 半径为\_\_\_\_\_;

(2)圆的标准方程: \_\_\_\_\_, 圆心为\_\_\_\_\_, 半径为\_\_\_\_( $D^2 + E^2 - 4F > 0$ );

(3)圆的参数方程: \_\_\_\_\_, 圆心为\_\_\_\_\_, 半径为\_\_\_\_\_.

### 9. 点与圆的位置关系

圆的标准方程  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ , 点  $M(x_0, y_0)$ .

(1)  $(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 = r^2 \Leftrightarrow$  点  $M$  在\_\_\_\_\_;

(2)  $(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 > r^2 \Leftrightarrow$  点  $M$  在\_\_\_\_\_;

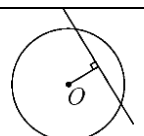
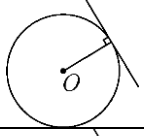
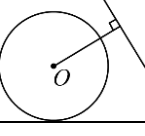
(3)  $(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 < r^2 \Leftrightarrow$  点  $M$  在\_\_\_\_\_.

### 10. 直线与圆的位置关系:

设圆  $C: (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ , 直线  $l: Ax + By + C = 0$ , 圆心  $C(a, b)$  到直线  $l$  的距离为  $d$ ,

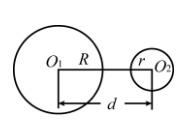
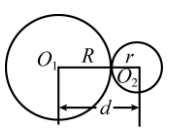
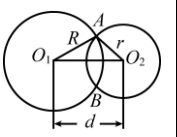
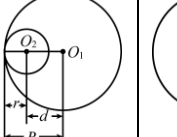
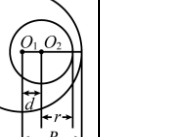
由  $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \\ Ax + By + C = 0 \end{cases}$ , 消去  $y$ (或  $x$ ), 得到关于  $x$ (或  $y$ ) 的一元二次方程, 其判别式为

$\Delta$ .

	位置关系	公共点个数	几何法 $d$ 与 $r$ 的关系	代数法 $\Delta$ 与 0 的关系
相交				
相切				
相离				

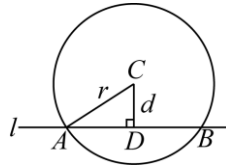
11. 圆与圆的位置关系:

设两个圆的半径分别为  $R, r, R > r$ , 圆心距为  $d$ , 则两圆的位置, 关系可用下表来表示:

位置关系	外离	外切	相交	内切	内含
图形					
$d$ 与 $R, r$ 的关系					
公共点个数					
公切线条数					

12. 直线与圆相交所得弦长:

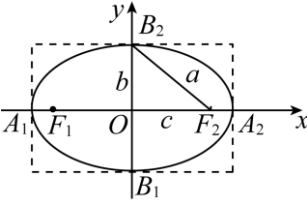
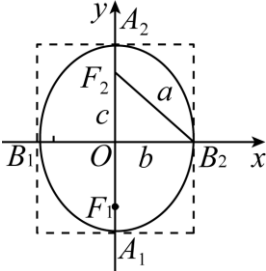
如图所示, 设直线  $l$  被圆  $C$  截得的弦为  $AB$ , 圆的半径为  $r$ , 圆心到直线的距离为  $d$ , 则  $|AB| =$  \_\_\_\_\_.



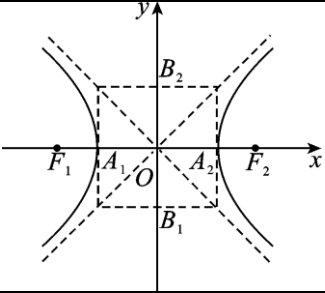
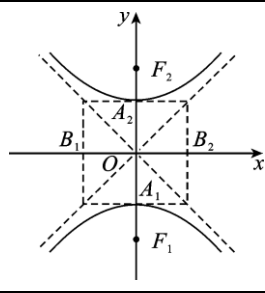
13. 公共弦方程:

设圆  $C_1: x^2 + y^2 + D_1x + E_1y + F_1 = 0$ , 圆  $C_2: x^2 + y^2 + D_2x + E_2y + F_2 = 0$ , 若两圆相交, 则两个圆公共弦所在直线方程为\_\_\_\_\_.

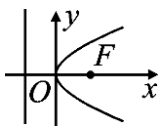
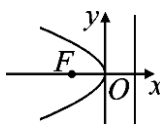
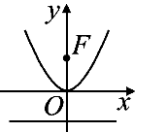
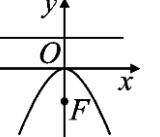
### 14. 椭圆

定义	$P = \{M \mid  MF_1  +  MF_2  = 2a, \text{ 且 } 2a >  F_1F_2 \}$	
标准方程	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$
图形		
几何性质	范围	
	对称性	对称轴: _____; 对称中心: _____
	焦点	
	顶点	
	长短轴长	长轴 $A_1A_2$ 的长为____; 短轴 $B_1B_2$ 的长为____
	焦距	
	离心率	$e = \_\_\_\_\_ \in \_\_\_\_\_$
	$a, b, c$ 的关系	

### 15. 双曲线

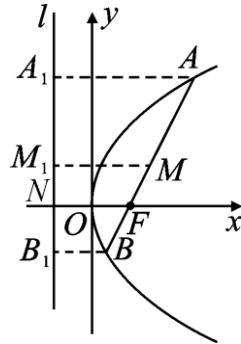
定义	$P = \{M \mid   MF_1  -  MF_2   = 2a, \text{ 且 } 2a <  F_1F_2 \}$	
标准方程	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$
图形		
几何性质	范围	
	对称性	对称轴: _____; 对称中心: _____
	焦点	
	顶点	
	实虚轴长	实轴 $A_1A_2$ 的长为____; 虚轴 $B_1B_2$ 的长为____
	焦距	
	渐近线	
	离心率	$e = \_\_\_\_\_ \in \_\_\_\_\_$
$a, b, c$ 的关系		

16. 抛物线

标准方程		$y^2 = 2px$ ( $p > 0$ )	$y^2 = -2px$ ( $p > 0$ )	$x^2 = 2py$ ( $p > 0$ )	$x^2 = -2py$ ( $p > 0$ )
图形					
几何性质	焦点				
	准线方程				
	范围				
	对称轴				
	顶点	$O(0,0)$			
	离心率	$e = 1$			
	开口	向右			
	$P(x_1, y_1)$ 的焦半径	$ PF  = \frac{p}{2} + x_1$			
	焦点弦长	$p + (x_1 + x_2)$			

17. 抛物线的焦点弦:

如图,  $AB$  是抛物线  $y^2 = 2px(p > 0)$  过焦点的一条弦, 设  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , 相应的准线为  $l$ , 则



(1)  $|AF| =$  \_\_\_\_\_,  $|BF| =$  \_\_\_\_\_.

(2)  $|AB| = |AF| + |BF| =$  \_\_\_\_\_.

(3)  $x_1 x_2 =$  \_\_\_\_\_,  $y_1 y_2 =$  \_\_\_\_\_.

(4)  $\frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|} =$  \_\_\_\_\_.

(5) 若直线  $AB$  的倾斜角为  $\alpha$ , 则  $|AF| = \frac{p}{1 - \cos \alpha}$ ,  $|BF| = \frac{p}{1 + \cos \alpha}$ ,  $|AB| = \frac{2p}{\sin^2 \alpha}$ ,

$S_{\triangle AOB} = \frac{p^2}{2 \sin \alpha}$ .

18. 焦点三角形的面积( $\angle F_1PF_2 = \theta$ ):

(1)椭圆:  $S =$  \_\_\_\_\_;

(2)双曲线:  $S =$  \_\_\_\_\_.

19. 几何距离:

(1)椭圆 双曲线特有距离:

①长轴(实轴): \_\_\_\_\_; ②短轴(虚轴): \_\_\_\_\_; ③两焦点间距离: \_\_\_\_\_.

(2)通径长: ①椭圆、双曲线: \_\_\_\_\_; ②抛物线: \_\_\_\_\_.

20. 直线被曲线所截得的弦长公式:

若弦端点为  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 则

(1)  $|AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $|AB| = \sqrt{1+\left(\frac{1}{k}\right)^2} |y_1 - y_2| =$  \_\_\_\_\_.

21. 中点弦问题:

若椭圆和双曲线的焦点都在  $x$  上,  $P$  是弦  $AB$  的中点, 则

椭圆:  $k_{AB} \cdot k_{OP} =$  \_\_\_\_\_; 双曲线:  $k_{AB} \cdot k_{OP} =$  \_\_\_\_\_.

## 第六部分：统计与概率

### 1. 总体特征数的估计：

(1) 样本平均数：  $\bar{x} =$  \_\_\_\_\_；

(2) 样本方差：  $s^2 =$  \_\_\_\_\_；

(3) 样本标准差：  $s =$  \_\_\_\_\_。

### 2. 概率公式：

(1) 互斥事件： \_\_\_\_\_； 对立事件： \_\_\_\_\_；

(2) 古典概型： 基本事件的总数数为  $N$ ， 随机事件  $A$  包含的基本事件个数为  $M$ ， 则事件  $A$  发生的概率为：  $P(A) =$  \_\_\_\_\_；

(3) 几何概型：  $P(A) = \frac{\text{构成事件 } A \text{ 的区域长度(面积或体积等)}}{\text{试验的全部结果构成的区域长度(面积或体积等)}}$ 。

### 3. 离散型随机变量：

(1) 随机变量的分布列：

① 随机变量分布列的性质：  $p_i \geq$  \_\_\_\_\_，  $\sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + \dots + p_n =$  \_\_\_\_\_。

② 离散型随机变量：

$X$	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	...	$x_n$
$P$	$p_1$	$p_2$	...	$p_i$	...	$p_n$

均值(又称期望)：  $E(X) =$  \_\_\_\_\_， 方差：  $D(X) =$  \_\_\_\_\_。

注：  $E(aX + b) = aEX + b$ ；  $D(aX + b) = a^2DX$ ；

③ 二项分布(独立重复试验)： 若  $X \sim B(n, p)$ ， 则  $E(X) =$  \_\_\_\_\_，  $D(X) =$  \_\_\_\_\_。

注：  $P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ 。

(2) 条件概率：  $P(B|A) =$  \_\_\_\_\_。

(3) 独立事件同时发生的概率：  $P(AB) =$  \_\_\_\_\_。

(4) 线性回归直线一定经过样本的 \_\_\_\_\_。

## 第七部分：复数与计数原理

### 1. 复数的基本概念： $z = a + bi$ ( $a, b \in \mathbf{R}$ )

(1) 实部：\_\_\_\_\_；虚部：\_\_\_\_\_；虚数单位： $i^2 =$ \_\_\_\_\_.

(2) 模： $|z| =$ \_\_\_\_\_.

(3) 共轭复数： $\bar{z} =$ \_\_\_\_\_.

(4) 在复平面内对应的点坐标为\_\_\_\_\_.

(5) 复数相等： $a + bi = c + di$  ( $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ )  $\Leftrightarrow$ \_\_\_\_\_.

### 2. 复数的基本运算：

(1) 加减法： $(a + bi) \pm (c + di) =$ \_\_\_\_\_.

(2) 乘法： $(a + bi) \times (c + di) =$ \_\_\_\_\_.

(3) 除法： $(a + bi) \div (c + di) =$ \_\_\_\_\_.

注：对虚数单位  $i$ , 有  $i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i, i^{4n} = 1$ .

### 3. 排列数公式：

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (n, m \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } m \leq n).$$

规定： $0! = 1$ .

### 4. 组合数公式：

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (n, m \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } m \leq n).$$

规定： $C_n^0 = 1$ .

### 5. 二项式定理：

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^k a^{n-k} b^k + \cdots + C_n^n b^n \quad (n \in \mathbf{N}^*).$$

二项式系数： $C_n^r$ .

通项： $T_{r+1} =$ \_\_\_\_\_.