资料目录

第一部分：集合与常用逻辑用语

1．子集个数：

含 n 个元素的集合有 2^n 个子集，有 2^n-1 个真子集，有 2^n-1 个非空子集，有 2^n-2 个非空真子集.

2．常见数集：

自然数集：$\mathbf{N}$，正整数集：$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$，整数集：$\mathbf{Z}$，有理数集：$\mathbf{Q}$，实数集：$\mathbf{R}$.

3．空集：

$\varnothing$ 是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集.

4．元素特点：

互异性、无序性、确定性.

5．集合的的运算：

交集运算、并集运算、补集运算.

6．充要条件的判断：

$p\Rightarrow q$， p 是 q 的充分条件；

$p\Rightarrow q$， q 是 p 的必要条件；

$p\Leftrightarrow q$， p,q 互为充要条件；

若命题 p 对应集合 A，命题 q 对应集合 B，则 $p\Rightarrow q$ 等价于 $A\subseteq B$， $q\Rightarrow p$ 等价于 $B\subseteq A$， $p\Leftrightarrow q$ 等价于 $A=B$；

注意区分：“甲是乙的充分条件(甲 $\Rightarrow$ 乙)”与“甲的充分条件是乙(乙 $\Rightarrow$ 甲)”.

7．全称量词与存在量词：

(1)全称量词--------“所有的”、“任意一个”等，用 $\forall$ 表示；

全称命题 p： $\forall x\in M,p(x)$；全称命题 p 的否定 $\neg p$： $\exists x\in M,\neg p(x)$；

(2)存在量词---------“存在一个”、“至少有一个”等，用 $\exists$ 表示；

特称命题 p： $\exists x\in M,p(x)$；特称命题 p 的否定 $\neg p$： $\forall x\in M,\neg p(x)$.

第二部分：函数与导数及其应用

1．函数的定义域：

分母$\neq$0；

偶次被开方数$\geqslant$0；

0 次幂的底数$\neq$0；

对数函数的真数$>$0；

2．分段函数：

值域(最值)、单调性、图象等问题，先分段解决，再下结论；

分段函数是一个函数，其定义域是各段定义域的交集；值域是各段值域的并集.

3．函数的单调性：

设 $x_1,x_2\in[a,b]$，且 $x_1\neq x_2$，那么：

(1)$(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]>0\Leftrightarrow\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0\Leftrightarrow f(x)$ 在$[a,b]$上是增函数；

(2)$(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]<0\Leftrightarrow\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0\Leftrightarrow f(x)$ 在$[a,b]$上是减函数；

(3)如果 $f'(x)>0$，则 $f(x)$ 为增函数；如果 $f'(x)<0$，则 $f(x)$ 为减函数；

(4)复合函数的单调性：根据“同增异减”来判断原函数在其定义域内的单调性.

4．函数的奇偶性:

(1)函数的定义域关于原点对称是函数具有奇偶性的**前提条件**；

(2) $f(x)$ 是奇函数$\Leftrightarrow f(-x)=-f(x)$；$f(x)$ 是偶函数$\Leftrightarrow f(-x)=f(x)$；

(3)奇函数 $f(x)$ 在 0 处有定义，则 $f(0)=0$；

(4)在关于原点对称的单调区间内：奇函数有相同的单调性，偶函数有相反的单调性；

(5)偶函数图象关于 y轴 轴对称、奇函数图象关于原点中心对称.

5．函数的周期性：

周期有关的结论：(约定 a>0)

(1) $f(x)=f(x+a)$，则 $f(x)$ 的周期 T=a；

(2) $f(x+a)=-f(x)$，或 $f(x+a)=\dfrac{1}{f(x)}(f(x)\neq0)$，或 $f(x+a)=-\dfrac{1}{f(x)}(f(x)\neq0)$，则 $f(x)$ 的

周期 $T=\underline{2a}$；

(3) $f(x+a)=f(x-a)$ 或 $f(x-2a)=f(x)$，则 $f(x)$ 的周期为 $\underline{2a}$；

(4) $f(x+m)=f(x+n)$，则 $f(x)$ 的周期为 $\underline{m-n}$.

6．函数的对称性：

① $y=f(x)$ 的图象关于直线 $\underline{x=a}$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+x)=f(a-x)\Leftrightarrow f(2a-x)=f(x)$；

② $y=f(x)$ 的图象关于直线 $\underline{x=\dfrac{a+b}{2}}$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+x)=f(b-x)\Leftrightarrow f(a+b-x)=f(x)$；

③ $y=f(x)$ 的图象关于点 $\underline{\left(\dfrac{a+b}{2},0\right)}$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+x)=-f(b-x)$；

④ $y=f(x)$ 的图象关于点 $\underline{\left(\dfrac{a+b}{2},c\right)}$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+x)=2c-f(b-x)$

口诀：和为定值为对称，差为定值为周期.

7．分数指数幂与根式的性质：

(1) $a^{\frac{m}{n}}=\underline{\sqrt[n]{a^m}}$ ($a>0,m,n\in\mathbf{N}^*$，且 $n>1$)；

(2) $a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\dfrac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ ($a>0,m,n\in\mathbf{N}^*$，且 $n>1$)；

(3) $(\sqrt[n]{a})^n=a$；

(4)当 n 为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$；当 n 为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|$.

8．指数性质：

(1) $a^{-m}=\underline{\dfrac{1}{a^m}}$；　　(2) $a^0=\underline{1}\ (a\neq 0)$；

(3) $\left(a^m\right)^n=\underline{a^{mn}}$；　　(4) $a^r\cdot a^s=\underline{a^{r+s}}$；

(5) $\dfrac{a^r}{a^s}=\underline{a^{r-s}}$.

9．对数运算规律：

(1)对数式与指数式的互化：$\log_a N=b\Leftrightarrow \underline{a^b=N}$ $(a>0,a\neq 1,N>0)$；

(2)对数恒等式：$\log_a 1=\underline{0}$，$\log_a a=\underline{1}$，$\log_a a^b=\underline{b}$．$\lg 2+\lg 5=\underline{1}$，$\ln e=\underline{1}$；

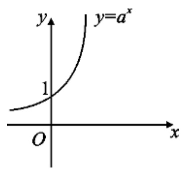
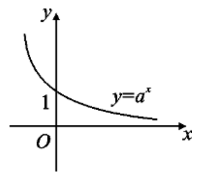
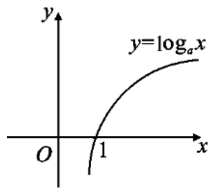
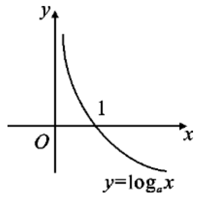
(3)对数的运算性质：

①加法：$\log_a M+\log_a N=\underline{\log_a MN}$；　　②减法：$\underline{\log_a M-\log_a N}=\log_a\dfrac{M}{N}$；

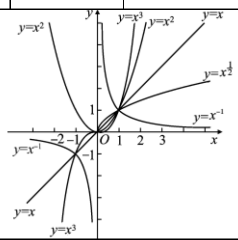
③数乘：$n\log_a M = \log_a M^n (n\in \mathbf{R})$；　　④恒等式：$a^{\log_a N} = N$；

⑤ $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m}\log_a b$；　　⑥换底公式：$\log_a N = \frac{\log_m N}{\log_m a}$．

10．指对函数图象与性质：

指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq 1)$		对数函数 $y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$（当 $a=\mathrm{e}$ 时，$y=\ln x$；当 $a=10$ 时，$y=\lg x$）	
$a>1$ 时的图象	$0<a<1$ 时的图象	$a>1$ 时的图象	$0<a<1$ 时的图象
			
图象恒过点 $(0,1)$，且不与 x 轴相交．		图象恒过点 $(1,0)$，且不与 y 轴相交．	

11．幂函数的图象与性质：

解析式	$y=x$	$y=x^2$	$y=x^3$	$y=x^{-1}$	$y=x^{\frac{1}{2}}$
图象					
定义域	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\{x \mid x\in\mathbf{R}且x\neq 0\}$	$[0,+\infty)$
值域	$\mathbf{R}$	$[0,+\infty)$	$\mathbf{R}$	$\{y \mid y\in\mathbf{R}且y\neq 0\}$	$[0,+\infty)$
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数	奇函数	非奇非偶函数
单调性	在 $\mathbf{R}$ 上为增函数	在 $[0,+\infty)$ 上是增函数；在 $(-\infty,0)$ 上是减函数	在 $\mathbf{R}$ 上为增函数	在 $(0,+\infty)$ 上是减函数；在 $(-\infty,0)$ 上是减函数	在 $[0,+\infty)$ 上为增函数

12．反函数

函数 $y=a^x$ 的反函数是 $y=\log_a x$；函数 $y=\log_a x$ 的反函数是 $y=a^x$．

13．二次函数：

二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象的对称轴方程是 $x=-\frac{b}{2a}$，顶点坐标是

$\left(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$，判别式 $\Delta=b^2-4ac$，当 $\Delta>0$ 时，图象与 x 轴有 2 个交点；$\Delta=0$ 时，图象与 x 轴有 1 个交点；$\Delta<0$ 时，图象与 x 轴没有交点.

14. 韦达定理：

若 x_1,x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两个根，则 $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1x_2=\dfrac{c}{a}$.

15. 零点存在定理：

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的图象是一条连续不断的曲线，且有 $f(a)f(b)<0$，则 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内至少有一个零点

16. 常见函数的导数公式：

①$(C)'=0$；（C 为常数）　②$\left(x^n\right)'=nx^{n-1}$；

③$(\sin x)'=\cos x$；　④$(\cos x)'=-\sin x$；

⑤$\left(\mathrm{e}^x\right)'=\mathrm{e}^x$；　⑥$\left(a^x\right)'=a^x\ln a$；

⑦$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$；　⑧$(\log x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$.

17. 导数的运算法则及复合函数求导法则

(1)$\left[f(x)\pm g(x)\right]'=f'(x)\pm g'(x)$；　(2)$\left[f(x)\cdot g(x)\right]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$；

(3)$\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}(g(x)\neq 0)$；　(4)$\left[\sin(2x)\right]'=2\cos(2x)$；

(5)$\left[\ln(2x)\right]'=\dfrac{1}{x}$；　(6)$\left[\mathrm{e}^{2x}\right]'=2\mathrm{e}^{2x}$.

18. 函数的导数及其应用

(1)函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数的几何意义

函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数是曲线 $y=f(x)$ 在点 $P\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)$ 处的切线的斜率 $f'\left(x_0\right)$，相应的切线方程式是 $y-y_0=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)$；

(2)用导数判别单调性、极值

①设函数 $y=f(x)$ 在某个区间内可导，若 $f'(x)>0$，则 $f(x)$ 为增函数；若 $f'(x)<0$，

则 $f(x)$ 为减函数;

②求函数的极值的方法：解方程 $f'(x)=0$,当 $f'\left(x_0\right)=0$ 时,

- 如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)>0$ ，右侧 $f'(x)<0$ ，那么 $f\left(x_0\right)$ 是极大值;
- 如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)<0$ ，右侧 $f'(x)>0$ ，那么 $f\left(x_0\right)$ 是极小值.

第三部分：三角函数、三角恒等变换与解三角形

1．角度制与弧度制互化：

$360^\circ=$ <u>2π</u> rad，$180^\circ=$ <u>π</u> rad，$1\text{rad}\approx$ <u>57.3</u> °.

2．扇形的弧长面积公式：

若扇形的圆心角为α(α为弧度制)，半径为r，弧长为l，周长为C，面积为S，则

$l=\underline{|\alpha|r}$；$C=\underline{|\alpha|r+2r}$；$S=\underline{\dfrac{1}{2}lr}=\underline{\dfrac{1}{2}|\alpha|r^2}$.

3．三角函数定义式：

角α终边上任一点(非原点)$P(x,y)$，则

$\sin\alpha=\underline{\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}$；$\cos\alpha=\underline{\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}$；$\tan\alpha=\underline{\dfrac{y}{x}}$.

4．同角三角函数的基本关系：

(1)平方关系：$\underline{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}$；

(2)商数关系：$\tan\alpha=\underline{\dfrac{\sin x}{\cos x}}$，$\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$；

(3)其它：

①$\sin x+\cos x$与$\sin x\cdot\cos x$的关系是$\underline{(\sin x+\cos x)^2=1+2\sin x\cos x}$；

②$\sin x-\cos x$与$\sin x\cdot\cos x$的关系是$\underline{(\sin x-\cos x)^2=1-2\sin x\cos x}$；

③若$x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，则$\sin x+\cos x>1$；若$x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，则$\sin x+\cos x<1$；

④$|\sin x|+|\cos x|\geqslant 1$.

5．三角函数的诱导公式：

口诀：<u>奇变偶不变，符号看象限</u>.

(1)$\sin(2k\pi+\alpha)=\sin\alpha$，$\underline{\cos(2k\pi+\alpha)=\cos\alpha}$，$\underline{\tan(\alpha+2k\pi)=\tan\alpha}$．$(k\in\mathbf{Z})$

(2)$\underline{\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha}$，$\underline{\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha}$，$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$．

(3)$\underline{\sin(-\alpha)=-\sin\alpha}$，$\underline{\cos(-\alpha)=\cos\alpha}$，$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$．

(4) $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$, $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$, $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$.

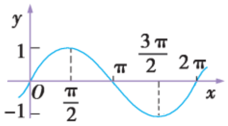
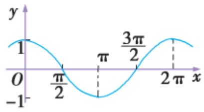
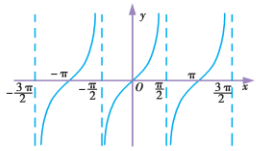
(5) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$.

(6) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$.

6．特殊角的三角函数值：

度数	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$	$270°$
弧度数	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
正弦值	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
余弦值	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0
正切值	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	

7．三角函数的图象与性质：

	正弦函数 $y=\sin x$	余弦函数 $y=\cos x$	正切函数 $y=\tan x$
图象			
定义域	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\left\{x \middle| x\in\mathbf{R}, x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}\right\}$
值域	$[-1,1]$	$[-1,1]$	$\mathbf{R}$
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
单调性	在 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$ 上是增函数；在 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$ 上是减函数.	在 $[2k\pi-\pi, 2k\pi](k\in\mathbf{Z})$ 上是增函数；在 $[2k\pi, 2k\pi+\pi](k\in\mathbf{Z})$ 上是减函数.	在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2}, k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$ 上是增函数；无单调递减区间.
最值	当 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ 时取得最大值 1；当 $x=2k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ 时取得最小值 -1.	当 $x=2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时取得最大值 1；当 $x=2k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时取得最小值 -1.	无最值.
最小正周期	2π	2π	π
对称性	对称轴方程：$x=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$；对称中心：$(k\pi,0)(k\in\mathbf{Z})$；	对称轴方程：$x=k\pi(k\in\mathbf{Z})$；对称中心：$\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right)(k\in\mathbf{Z})$；	无对称轴；对称中心：$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)(k\in\mathbf{Z})$；

8．几个常见三角函数的周期：

① $y=|\sin x|$ 与 $y=|\cos x|$ 的最小正周期为 π；

② $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 或 $y=\cos(\omega x+\varphi)$ $(\omega\neq 0)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{|\omega|}$；

③ $y=\cos|x|$ 的最小正周期为 2π.

9．两角和与差的正弦、余弦和正切公式：

(1) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$；　(2) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$；

(3) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$；　(4) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$；

(5) $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$；　(6) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$.

10．二倍角的正弦、余弦和正切公式：

$\sin 2\alpha = \underline{2\sin\alpha\cos\alpha}$；

$\cos 2\alpha = \underline{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \underline{2\cos^2\alpha - 1} = \underline{1 - 2\sin^2\alpha}$；

$\tan 2\alpha = \underline{\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}}$．

$\Rightarrow$ 降幂公式：$\cos^2\alpha = \underline{\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}}$，$\sin^2\alpha = \underline{\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}}$，$\sin\alpha\cos\alpha = \underline{\dfrac{\sin 2\alpha}{2}}$．

11．辅助角公式：

$a\sin\alpha + b\cos\alpha = \underline{\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)}$．

(其中辅助角 φ 所在象限由点 (a,b) 所在的象限决定，$\tan\varphi = \dfrac{b}{a}$)．

12．正弦定理：

$\underline{\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R}$．（$R$ 是$\triangle ABC$ 外接圆半径）

正弦定理的三个推论

①$a:b:c = \sin A:\sin B:\sin C$；

②$a = 2R\sin A, b = 2R\sin B, c = 2R\sin C$；

③$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}$

13．余弦定理：

$\underline{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A} \Leftrightarrow \cos A = \underline{\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}$．(变式)

(以 A 角和其对边来表示)

14．三角形面积公式：

$S_{\triangle ABC} = \underline{\dfrac{1}{2}ab\sin C} = \underline{\dfrac{1}{2}ac\sin B} = \underline{\dfrac{1}{2}bc\sin A}$．（用边与角的正弦值来表示）

三角形面积导出公式：$S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2}(a+b+c)\cdot r$（$r$ 为$\triangle ABC$ 内切圆半径）；

$S_{\triangle ABC} = 2R^2\sin A\sin B\sin C = \dfrac{abc}{4R}$（$R$ 为$\triangle ABC$ 外接圆半径）．

15．三角形内切圆半径：

$r = \underline{\dfrac{2S}{a+b+c}}$．(用边长和面积表示)

第四部分：平面向量、数列与不等式

1．平面向量的基本运算：

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\underline{(x_2-x_1,y_2-y_1)}$.

设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$；（$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$）

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\underline{(x_1+x_2,y_1+y_2)}$；$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\underline{(x_1-x_2,y_1-y_2)}$；$\lambda\boldsymbol{a}=\underline{(\lambda x_1,\lambda y_1)}$；$|\boldsymbol{a}|=\underline{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}$.

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\underline{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta}$(定义公式)$=\underline{x_1x_2+y_1y_2}$(坐标公式).

$\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为 $\underline{|\boldsymbol{a}|\cos\theta}$(定义公式)=$\underline{\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_2^2+y_2^2}}}$(坐标公式).

$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\underline{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0}$(一般表示)$\Leftrightarrow\underline{x_1x_2+y_1y_2=0}$(坐标表示).

$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}\Leftrightarrow$ 存在 $\lambda\in\mathbf{R}$ 使得 $\underline{\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}}$(一般表示)$\Leftrightarrow\underline{x_1y_2-x_2y_1=0}$(坐标表示).

夹角公式：$\cos\theta=\underline{\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}}=\underline{\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}}$(坐标公式).

2．三角形重心坐标公式：

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，其中 A,B,C 三点不共线，若 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，

则 $\underline{\overrightarrow{GA}}+\underline{\overrightarrow{GB}}+\underline{\overrightarrow{GC}}=\boldsymbol{0}$；且 G 点坐标为$\left(\underline{\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}},\underline{\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}}\right)$.

3．三点共线的充要条件：

P,A,B 三点共线 $\Leftrightarrow\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+(1-x)\overrightarrow{OB}$.

4．三角形的四心

重心：三角形三边<u>中线</u>的交点.

外心：三角形三边<u>中垂线</u>的交点.

内心：三角形三内角<u>角平分线</u>的交点.

垂心：三角形三边<u>垂线</u>的交点.

5．数列{ a_n }中 a_n 与 S_n 的关系：

$$a_n=\begin{cases}S_1,n=1\\S_n-S_{n-1},n\geqslant 2\end{cases}$$.(注：该公式对任意数列都适用)

6．等差数列与等比数列对比：

	等差数列	等比数列
公式	$a_n=a_1+(n-1)d$； 推广：$a_n=a_m+(n-m)d\,(m,n\in\mathbf{N}^*)$． $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$．	$a_n=a_1q^{n-1}$； 推广：$a_n=a_m\cdot q^{n-m}\,(m,n\in\mathbf{N}^*)$． $S_n=\begin{cases}na_1,q=1\\\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q},q\neq 1\end{cases}$．
性质	(1)若 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$； (2)若 A 是 a,b 的等差中项，则 $A=\dfrac{a+b}{2}\Leftrightarrow a,A,b$ 成等差数列； (3)若 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 为等差数列，则 $\{a_n\pm b_n\}$ 也为等差数列； (4)若 $\{a_n\}$ 为等差数列，S_n 为其前 n 项和，则 $S_m,S_{2m}-S_m,S_{3m}-S_{2m}$ 也成等差数列．	(1)若 $m+n=p+q$，则 $a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q$； (2)若 G 是 a,b 的等比中项，则 $G^2=ab\Leftrightarrow a,G,b$ 成等比数列； (3)若 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 为等比数列，则 $\{a_n\cdot b_n\}$，$\left\{\dfrac{a_n}{b_n}\right\}$ 也为等比数列； (4)若 $\{a_n\}$ 为等比数列，S_n 为其前 n 项和，则 $S_m,S_{2m}-S_m,S_{3m}-S_{2m}$ 也成比差数列．

7．常见数列的和：

①$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$；

②$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$；

③$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$；

④$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$．

8．常见的裂项方法：

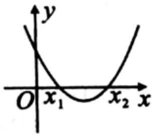
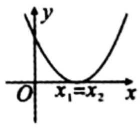
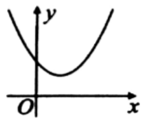
①$\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$；

②$\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$；

③$\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$；

④$\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

9．一元二次不等式:

判别式 $\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 的图象			
方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$ 的根	有两个不相等的实根 x_1,x_2	有两个相等的实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	没有实数根
一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(a>0)$ 的解集	$\{x\mid x<x_1,或x>x_2\}$	$\left\{x\mid x\neq-\dfrac{b}{2a}\right\}$	$\mathbf{R}$
一元二次不等式 $ax^2+bx+c<0(a>0)$ 的解集	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

10．均值不等式:

如果 $a>0,b>0$，则 $\dfrac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$，当且仅当 $a=b$ 时，等号成立，即正数 a 与 b 的算术平均数不小于它们的几何平均数．

11．重要不等式:

$a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R}$，则 $a^2+b^2\geqslant 2ab$，当且仅当 $a=b$ 时，等号成立．

12．利用基本不等式求最值

已知 x,y 都是正数，则有：

(1)如果积 xy 是定值 p，那么当 $x=y$ 时和 $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{p}$ (简记：积定和最小);

(2)如果和 $x+y$ 是定值 s，那么当 $x=y$ 时积 xy 有最大值 $\dfrac{s^2}{4}$ (简记：和定积最大).

13．几个常见重要结论:

①$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}\geqslant 2$($a$ 与 b 同号，当且仅当 $a=b$ 时取等号);

②$a+\dfrac{1}{a}\geqslant 2$ ($a>0$，当且仅当 $a=1$ 时取等号)，$a+\dfrac{1}{a}\leqslant -2$ ($a<0$，当且仅当 $a=-1$ 时取等号);

③$ab\leqslant\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$ (a，$b\in\mathbf{R}$，当且仅当 $a=b$ 时取等号);

④$\dfrac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}\leqslant\sqrt{ab}\leqslant\dfrac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ (a，b>0，当且仅当 $a=b$ 时取等号).

14．柯西不等式：

若 a，b，c，d 都是实数，则 $\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)\geqslant$ $\underline{\left(ac+bd\right)^2}$，当且仅当 $\underline{ad=bc}$ 时，等号成立.

15．绝对值不等式的解法：

不等式	$a>0$	$a=0$	$a<0$
$\|x\|<a$	$\{x\|-a<x<a\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
$\|x\|>a$	$\{x\|\ x>a或x<-a\}$	$\{x\in\mathbf{R}\|\ x\neq0\}$	$\mathbf{R}$

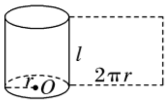
第五部分：立体几何与解析几何

1．三视图与直观图：

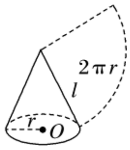
原图形与直观图面积之比为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

2．常见几何体表面积公式：

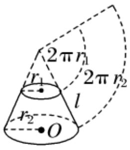
圆柱的表面积 $S=2\pi r(r+l)$



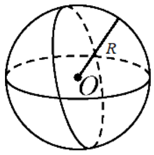
圆锥的表面积 $S=\pi r(r+l)$



圆台的表面积 $S=\pi\left(r_1^2+r_2^2+r_1l+r_2l\right)$



球的表面积 $S=4\pi R^2$



3．常见几何体体积公式：

柱体的体积 $V=Sh$

锥体的体积 $V=\dfrac{1}{3}Sh$

台体的体积 $V=\dfrac{1}{3}\left(S_{上}+S_{下}+\sqrt{S_{上}S_{下}}\right)h$

球体的体积 $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$

4．常见空间几何体的有关结论：

(1)棱锥的平行截面的性质：如果棱锥被平行于底面的平面所截，那么所得的截面与底面相似，截面面积与底面面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的比的平方；相应小棱锥与小棱锥的侧面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的比的平方.

(2)长方体从一个顶点出发的三条棱长分别为 a，b，c，则体对角线为 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$，表面积为 $2(ab+ac+bc)$，体积 $V=abc$.

(3)正方体的棱长为 a，则体对角线长为 $\sqrt{3}a$，表面积为 $6a^2$，体积 $V=a^3$.

(4)球与长方体的组合体：长方体的外接球的直径＝长方体的体对角线长.

球与正方体的组合体：正方体的内切球的直径＝正方体的边长，正方体的棱切球的直径=正方体的面对角线长，正方体的外接球的直径=正方体的体对角线长.

(5)正四面体的性质：设棱长为 a，则正四面体的：

①高：$\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$；②对棱间距离：$\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$；③内切球半径：$\dfrac{\sqrt{6}}{12}a$；④外接球半径：$\dfrac{\sqrt{6}}{4}a$.

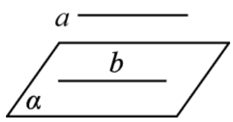
5．立体几何常用的八个定理：

(1)直线与平面平行的判定定理

自然语言：平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行.

简称：线线平行，则线面平行.

图形语言：如图所示.



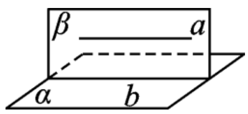
符号语言：$a \not\subset \alpha, b \subset \alpha$, 且$a // b \Rightarrow a // \alpha$.

(2)直线与平面平行的性质定理

自然语言：一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行.

简称：线面平行，则线线平行.

图形语言：如图所示.



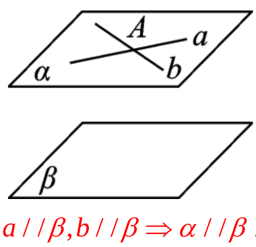
符号语言：$a // \alpha, a \subset \beta, \alpha \cap \beta = b \Rightarrow a // b$.

(3)平面与平面平行的判定定理

自然语言：一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行.

简称：线面平行，则面面平行.

图形语言：如图所示.



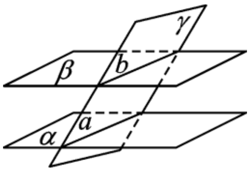
符号语言：$a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = A, a // \beta, b // \beta \Rightarrow \alpha // \beta$.

(4)平面与平面平行的性质定理

自然语言：如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行.

简称：面面平行，则线线平行.

图形语言：如图所示.

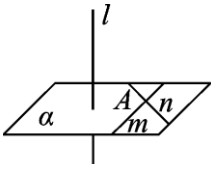


符号语言：$\alpha//\beta,\alpha\cap\gamma=a,\beta\cap\gamma=b\Rightarrow a//b$.

(5)直线与平面垂直的判定定理

自然语言：一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直.

图形语言：如图所示.

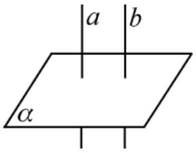


符号语言：$m\subset\alpha,n\subset\alpha,m\cap n=A,l\perp m,l\perp n\Rightarrow l\perp\alpha$.

(6)直线与平面垂直的性质定理

自然语言：垂直于同一个平面的两条直线平行.

图形语言：如图所示.

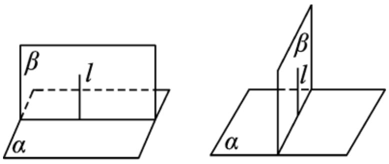


符号语言：$a\perp\alpha,b\perp\alpha\Rightarrow a//b$.

(7)平面与平面垂直的判定

自然语言：一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直.

图形语言：如图所示.



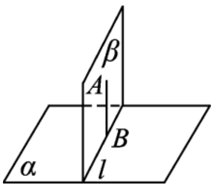
图(1) 图(2)

符号语言：$l\perp\alpha,l\subset\beta\Rightarrow\alpha\perp\beta$.

(8)平面与平面垂直的性质

自然语言：两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直.

图形语言：如下图所示.



符号语言：$\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,AB\subset\beta,AB\perp l\Rightarrow AB\perp\alpha$.

6．空间向量中的夹角和距离公式：

(1)空间中两点 $A\ (x_1,y_1,z_1)$， $B\ (x_2,y_2,z_2)$ 的距离 $d=\underline{\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}}$.

(2)异面直线夹角： $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$， 且 $\cos\theta=\underline{|\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}}$ (两直线方向向量为 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$).

(3)线面角： $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$， 且 $\sin\theta=\underline{|\cos\langle \boldsymbol{l},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{l}||\boldsymbol{n}|}}$ ($\boldsymbol{l}$， $\boldsymbol{n}$ 为直线的方向向量与平面的法向量).

(4)二面角： $\theta\in[0,\pi]$， 且 $|\cos\theta|=\underline{|\cos\langle \boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}}$ (两平面的法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1$ 和 $\boldsymbol{n}_2$).

(5)点到面的距离：平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}$， 平面 α 内任一点为 N， 点 M 到平面 α 的距离 $d=\underline{\frac{|\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}}$.

7．直线与方程：

(1)直线的斜率： $k=\underline{\tan\alpha}=\underline{\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}}$.

(α 为直线的倾斜角， $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)(x_1\neq x_2)$ 为直线上的两点).

(2)直线的五种方程：

①斜截式： $\underline{y=kx+b}$ (b 为直线 l 在 y 轴上的截距)；

②点斜式： $\underline{y-y_0=k(x-x_0)}$ (直线过 l 点 $P(x_0,y_0)$， 且斜率为 k)；

③两点式： $\underline{\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}}$ ($P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2),x_1\neq x_2,y_1\neq y_2$)；

④截距式： $\underline{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1}$ (a,b 分别为直线 l 的横、纵截距， $ab\neq 0$)；

⑤一般式： $\underline{Ax+By+C=0}$ (其中 A,B 不同时为 0).

(3)两条直线的平行与垂直

➢ 直线 $l_1:y=k_1x+b_1$， $l_2:y=k_2x+b_2$；

①若 l_1 与 l_2 平行 $\Leftrightarrow$ $\underline{k_1=k_2}$ 且 $\underline{b_1\neq b_2}$； ②若 l_1 与 l_2 垂直 $\Leftrightarrow$ $\underline{k_1k_2=-1}$.

➢ 直线$l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$, $l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$;

①若l_1与l_2平行$\Leftrightarrow$ $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$且$\frac{A_1}{A_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$; ②若$l_1$与$l_2$垂直$\Leftrightarrow$ $A_1A_2+B_1B_2=0$.

(4)距离计算

①点到点的距离公式: $d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ (两点为$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$).

②点到直线的距离公式: $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$(点$P(x_0,y_0)$, 直线$l: Ax+By+C=0$).

③平行直线间距离公式: $d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ (直线$l_1: Ax+By+C_1=0$和直线$l_2: Ax+By+C_2=0$).

8．圆与方程：

(1)圆的一般方程: $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$, 圆心为$\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$, 半径为$\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$ $(D^2+E^2-4F>0)$;

(2)圆的标准方程: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$, 圆心为(a,b), 半径为r;

(3)圆的参数方程: $\begin{cases}x=a+r\cos\theta,\\ y=b+r\sin\theta,\end{cases}$ (θ为参数), 圆心为(a,b), 半径为r.

9．点与圆的位置关系

圆的标准方程$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$, 点$M(x_0,y_0)$.

(1)$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2=r^2 \Leftrightarrow$ 点M在圆上;

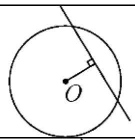
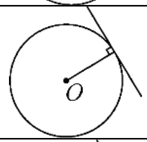
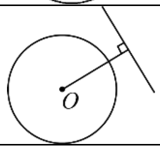
(2)$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2>r^2 \Leftrightarrow$ 点M在圆外;

(3)$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2<r^2 \Leftrightarrow$ 点M在圆内.

10．直线与圆的位置关系：

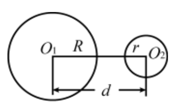
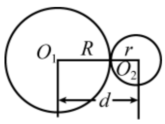
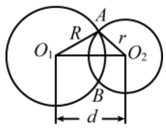
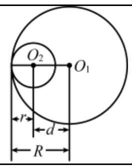
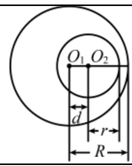
设圆 $C:(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，直线 $l:Ax+By+C=0$，圆心 $C(a,b)$ 到直线 l 的距离为 d，

由 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2=r^2,\\ Ax+By+C=0\end{cases}$ 消去 y(或 x)，得到关于 x(或 y)的一元二次方程，其判别式为 Δ.

位置关系		公共点个数	几何法 d 与 r 的关系	代数法 Δ 与 0 的关系
相交		2	$d<r$	$\Delta>0$
相切		1	$d=r$	$\Delta=0$
相离		0	$d>r$	$\Delta<0$

11．圆与圆的位置关系：

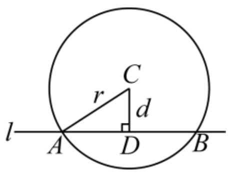
设两个圆的半径分别为 R，r，$R>r$，圆心距为 d，则两圆的位置，关系可用下表来表示：

位置关系	外离	外切	相交	内切	内含
图形					
d 与 R,r 的关系	$d>R+r$	$d=R+r$	$R-r<d<R+r$	$d=R-r$	$d<R-r$
公共点个数	0	1	2	1	0
公切线条数	4	3	2	1	0

12．直线与圆相交所得弦长：

如图所示，设直线 l 被圆 C 截得的弦为 AB，圆的半径为 r，圆心到直线的距离为 d，

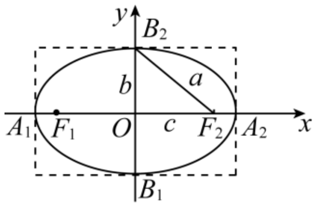
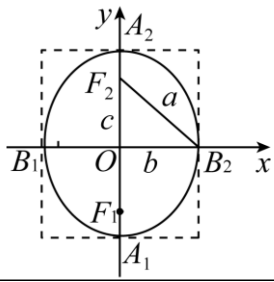
则 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$.



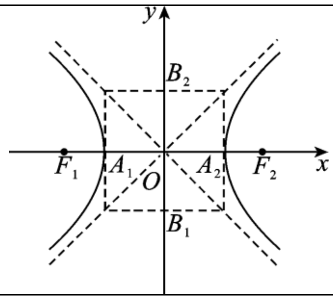
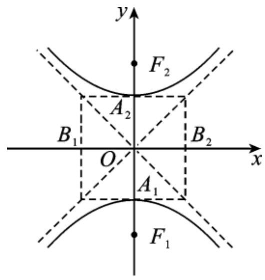
13．公共弦方程：

设圆 $C_1: x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0$，圆 $C_2: x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0$，若两圆相交，则两个圆公共弦所在直线方程为 $(D_1-D_2)x+(E_1-E_2)y+F_1-F_2=0$.

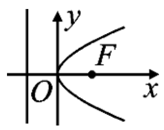
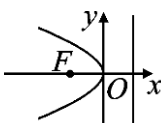
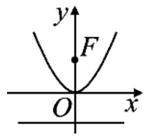
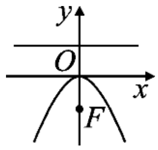
14．椭圆

<table>
<tr><td colspan="2">定义</td><td colspan="2">$P=\{M \mid |MF_1|+|MF_2|=2a，且 2a>|F_1F_2|\}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">标准方程</td><td>$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$</td><td>$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">图形</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="8">几何性质</td><td>范围</td><td>$-a\leqslant x\leqslant a, -b\leqslant y\leqslant b$</td><td>$-b\leqslant x\leqslant b, -a\leqslant y\leqslant a$</td></tr>
<tr><td>对称性</td><td colspan="2">对称轴：x轴、y轴；对称中心：原点</td></tr>
<tr><td>焦点</td><td>$F_1(-c,0), F_2(c,0)$</td><td>$F_1(0,-c), F_2(0,c)$</td></tr>
<tr><td>顶点</td><td>$A_1(-a,0), A_2(a,0)$
$B_1(0,-b), B_2(0,b)$</td><td>$A_1(0,-a), A_2(0,a)$
$B_1(-b,0), B_2(b,0)$</td></tr>
<tr><td>长短轴长</td><td colspan="2">长轴 A_1A_2 的长为 $2a$；短轴 B_1B_2 的长为 $2b$</td></tr>
<tr><td>焦距</td><td colspan="2">$|F_1F_2|=2c$</td></tr>
<tr><td>离心率</td><td colspan="2">$e=\frac{c}{a}\in(0,1)$</td></tr>
<tr><td>a,b,c 的关系</td><td colspan="2">$c^2=a^2-b^2$</td></tr>
</table>

15．双曲线

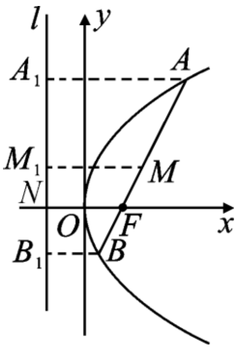
定义		$P=\{M \mid \lvert \lvert MF_1\rvert-\lvert MF_2\rvert \rvert=2a$，且 $2a<\lvert F_1F_2\rvert\}$	
标准方程		$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$
图形			
几何性质	范围		
	对称性	对称轴：x轴、y轴；对称中心：原点	
	焦点	$F_1(-c,0),F_2(c,0)$	$F_1(0,-c),F_2(0,c)$
	顶点	$A_1(-a,0),A_2(a,0)$ $B_1(0,-b),B_2(0,b)$	$A_1(0,-a),A_2(0,a)$ $B_1(-b,0),B_2(b,0)$
	实虚轴长	实轴 A_1A_2 的长为 $2a$；虚轴 B_1B_2 的长为 $2b$	
	焦距	$\lvert F_1F_2\rvert=2c$	
	渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$
	离心率	$e=\frac{c}{a}\in(1,+\infty)$	
	a,b,c 的关系	$c^2=a^2+b^2$	

16．抛物线

标准方程		$y^2=2px$ $(p>0)$	$y^2=-2px$ $(p>0)$	$x^2=2py$ $(p>0)$	$x^2=-2py$ $(p>0)$
图形					
几何性质	焦点	$F\left(\frac{p}{2},0\right)$	$F\left(-\frac{p}{2},0\right)$	$F\left(0,\frac{p}{2}\right)$	$F\left(0,-\frac{p}{2}\right)$
	准线方程	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$
	范围	$x\geqslant 0, y\in\mathbf{R}$	$x\leqslant 0, y\in\mathbf{R}$	$x\in\mathbf{R}, y\geqslant 0$	$x\in\mathbf{R}, y\leqslant 0$
	对称轴	x轴		y轴	
	顶点	$O(0,0)$			
	离心率	$e=1$			
	开口	向右	向左	向上	向下
	$P(x_1,y_1)$的焦半径	$\|PF\|=\frac{p}{2}+x_1$	$\|PF\|=\frac{p}{2}-x_1$	$\|PF\|=\frac{p}{2}+y_1$	$\|PF\|=\frac{p}{2}-y_1$
	焦点弦长	$p+(x_1+x_2)$	$p-(x_1+x_2)$	$p+(y_1+y_2)$	$p-(y_1+y_2)$

17．抛物线的焦点弦：

如图，AB 是抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 过焦点的一条弦，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，相应的准线为 l，则



(1) $|AF|=\frac{p}{2}+x_1$，$|BF|=\frac{p}{2}+x_2$.

(2) $|AB|=|AF|+|BF|=p+(x_1+x_2)$.

(3) $x_1x_2=\frac{p^2}{4}$，$y_1y_2=-p^2$.

(4) $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}$.

(5)若直线 AB 的倾斜角为 α，则 $|AF|=\dfrac{p}{1-\cos\alpha}$，$|BF|=\dfrac{p}{1+\cos\alpha}$，$|AB|=\dfrac{2p}{\sin^2\alpha}$，$S_{\triangle AOB}=\dfrac{p^2}{2\sin\alpha}$.

18．焦点三角形的面积($\angle F_1PF_2=\theta$)：

(1)椭圆：$S=\underline{b^2\tan\dfrac{\theta}{2}}$；

(2)双曲线：$S=\underline{\dfrac{b^2}{\tan\dfrac{\theta}{2}}}$.

19．几何距离：

(1)椭圆双曲线特有距离：

①长轴(实轴)：$\underline{2a}$；②短轴(虚轴)：$\underline{2b}$；③两焦点间距离：$\underline{2c}$.

(2)通径长：①椭圆、双曲线：$\underline{\dfrac{2b^2}{a}}$；　②抛物线：$\underline{2p}$.

20．直线被曲线所截得的弦长公式：

若弦端点为 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则

(1)$|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\underline{\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}}$；

(2)$|AB|=\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{k}\right)^2}|y_1-y_2|=\underline{\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{k}\right)^2}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}}$.

21．中点弦问题：

若椭圆和双曲线的焦点都在 x 上，P 是弦 AB 的中点，则

椭圆：$k_{AB}\cdot k_{OP}=\underline{-\dfrac{b^2}{a^2}}$；双曲线：$k_{AB}\cdot k_{OP}=\underline{\dfrac{b^2}{a^2}}$.

第六部分：统计与概率

1．总体特征数的估计：

(1)样本平均数：$\overline{x}=\underline{\dfrac{1}{n}\left(x_1+x_2+\cdots x_n\right)}$；

(2)样本方差：$s^2=\underline{\dfrac{1}{n}\left[\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\overline{x}\right)^2\right]}$；

(3)样本标准差：$s=\underline{\sqrt{\dfrac{1}{n}\left[\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\overline{x}\right)^2\right]}}$．

2．概率公式：

(1)互斥事件：$\underline{P(A\cup B)=P(A)+P(B)}$；对立事件：$\underline{P(A)=1-P(B)}$；

(2)古典概型：基本事件的总数数为N，随机事件A包含的基本事件个数为M，则事件A发生的概率为：$P\left(A\right)=\underline{\dfrac{N}{M}}$；

(3)几何概型：$P(A)=\dfrac{\text{构成事件}A\text{的区域长度(面积或体积等)}}{\text{试验的全部结果构成的区域长度(面积或体积等)}}$．

3．离散型随机变量：

(1)随机变量的分布列：

①随机变量分布列的性质：$p_i\geqslant \underline{0}$，$\sum\limits_{i=1}^{n}p_i=p_1+p_2+\cdots+p_n=\underline{1}$．

②离散型随机变量：

X	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_i	…	p_n

均值(又称期望)：$E\left(X\right)=\underline{x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_ip_i+\cdots+x_np_n}$，

方差：

$$D\left(X\right)=\underline{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-E(X)\right)^2p_i=\left(x_1-E(X)\right)^2p_1+\left(x_2-E(X)\right)^2p_2+\cdots+\left(x_n-E(X)\right)^2p_n}.$$

注：$E(aX+b)=aEX+b;D(aX+b)=a^2DX$；

③二项分布(独立重复试验)：若$X\sim B(n,p)$，则$E\left(X\right)=\underline{np}$，$D\left(X\right)=\underline{np\left(1-p\right)}$．

注：$P(X=k)=\mathrm{C}_n^kp^k(1-p)^{n-k}$．

(2)条件概率：$P(B|A)=\underline{\dfrac{P(AB)}{P(A)}}$.

(3)独立事件同时发生的概率：$P(AB)=\underline{P(A)P(B)}$.

(4)线性回归直线一定经过样本的<u>样本中心</u>.

第七部分：复数与计数原理

1．复数的基本概念： $z=a+b\mathrm{i}$ (a， $b\in\mathbf{R}$)

(1)实部：$\underline{a}$；虚部：$\underline{b}$； 虚数单位：$\mathrm{i}^2=\underline{-1}$.

(2)模：$|z|=\underline{\sqrt{a^2+b^2}}$.

(3)共轭复数：$\bar{z}=\underline{a-b\mathrm{i}}$.

(4)在复平面内对应的点坐标为$\underline{(a,b)}$.

(5)复数相等：$a+b\mathrm{i}=c+d\mathrm{i}(a,b,c,d\in\mathbf{R})\Leftrightarrow \underline{a=c\text{且}b=d}$.

2．复数的基本运算：

(1)加减法：$(a+b\mathrm{i})\pm(c+d\mathrm{i})=\underline{(a\pm c)+(b\pm d)\mathrm{i}}$.

(2)乘法：$(a+b\mathrm{i})\times(c+d\mathrm{i})=\underline{(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}}$.

(3)除法：$(a+b\mathrm{i})\div(c+d\mathrm{i})=\underline{\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}}$.

注：对虚数单位i,有$\mathrm{i}^{4n+1}=\mathrm{i},\mathrm{i}^{4n+2}=-1,\ \mathrm{i}^{4n+3}=-\mathrm{i},\ \mathrm{i}^{4n}=1$.

3．排列数公式：

$$\mathrm{A}_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)=\frac{n!}{(n-m)!}\ (n,m\in\mathbf{N}^*,\ \text{且}\ m\leqslant n).$$

规定：0！ ＝1.

4．组合数公式：

$$\mathrm{C}_n^m=\frac{\mathrm{A}_n^m}{\mathrm{A}_m^m}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}=\frac{n!}{m!(n-m)!}\ (n,m\in\mathbf{N}^*,\ \text{且}\ m\leqslant n).$$

规定：$\mathrm{C}_n^0=1$.

5．二项式定理：

$$(a+b)^n=\mathrm{C}_n^0a^n+\mathrm{C}_n^1a^{n-1}b+\cdots+\mathrm{C}_n^ka^{n-k}b^k+\cdots+\mathrm{C}_n^nb^n\left(n\in\mathbf{N}^*\right).$$

二项式系数：C_n^r.

通项：$T_{r+1}=\underline{\mathrm{C}_n^ka^{n-k}b^k}$.